

ПОЛЕ ЛІНІЙНОЇ СИЛИ ПРУЖНОСТІ

студентка Чорна В.О., к.т.н., доц. Штефан Н.І.

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Як відомо, лінійна сила пружності підлягає закону Гука: $\vec{F} = -c\vec{r}$, де c – коефіцієнт пружності; \vec{r} – радіус-вектор точки М, який відраховуємо від точки рівноваги, де сила дорівнює нулю. Тоді елементарна робота цієї сили

$$d'A = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -c\vec{r} \cdot d\vec{r} = d\left(-\frac{cr^2}{2}\right), \quad (1)$$

так як $\vec{r} \cdot d\vec{r} = d\left(\frac{1}{2}r^2\right) = d\left(\frac{1}{2}r^2\right) = r dr$. Інтегруючи (1), знаходимо, що

$$U = -\frac{cr^2}{2} + C_1;$$

$$\Pi = \frac{cr^2}{2} + C_2; \quad (2)$$

$$A = \int_{M_1}^{M_2} (-c r dr) = -c \int_{r_1}^{r_2} r dr = -\frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2),$$

тобто:

$$U = -\frac{c}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + C_1, \text{ а}$$

$$\Pi = \frac{c}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + C_2.$$

Таким чином, силова функція та потенціальна енергія лінійної сили пружності є квадратичною формою координат точки М, які відраховуються від положення рівноваги.

Як слідує із формули (2), робота сили пружності не залежить від форми траєкторії, по якій переміщається точка. При переміщенні точки із положення рівноваги робота сили пружності буде від'ємною:

$$A = -\frac{c}{2}r^2.$$

Поверхнями рівня $U(x,y,z)=C$ лінійної сили пружності будуть концентричні сфери з центром на початку координат, а силовими лініями – прямі, які проходять через початок координат, так як із виразу

$$U = -\frac{c}{2}(x^2 + y^2 + z^2) = C$$

слідує, що

$$x^2 + y^2 + z^2 = \text{const.}$$